Численное моделирование распространения сейсмических волн в планетарных моделях с применением наложенных и многоблочных сеток

Н. И. Хохлов, И. А. Яковлев, Д. Д. Шевелева, О. А. Усольцева

МФТИ, Долгопрудный; ИДГ РАН, Москва

XXVI Международная конференция и молодёжная школа
«Математическое моделирование и суперкомпьютерные технологии»
Нижний Новгород, ННГУ им. Н. И. Лобачевского
16–18 ноября 2026 г.

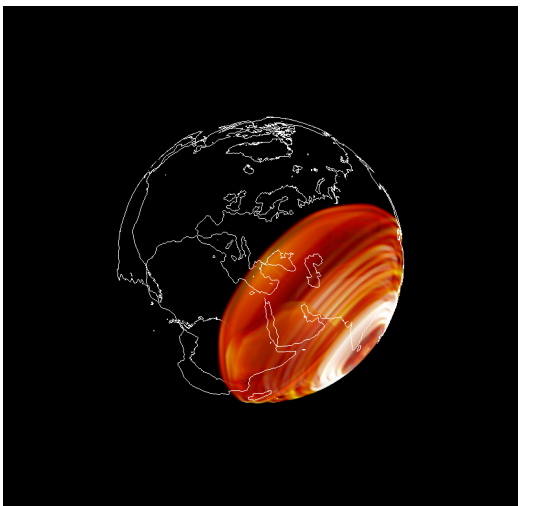
Грант РНФ № 26-11-00143

Актуальность и постановка

Актуальность

- Волны в модели планетарного масштаба — одна из ключевых задач современной сейсмологии.
- Поле интерпретирует наблюдения, показывает строение и объясняет геодинамические процессы.
- HiQuake: более 700 случаев, постулированных как наведённые антропогенной деятельностью, 1868–2016; среди воздействий — добыча угля, минералов, газа и нефти (Foulger и др., 2018).

Что учитывать: сложное строение, топографию поверхности, расстояния порядка радиуса планеты.
Задача: подход к моделированию распространения сейсмических волн в планетарных моделях — многоблочные и наложенные сетки совместно с сеточно-характеристическим методом.



Система уравнений упругости

$$\begin{cases} \rho \dfrac{\partial \mathrm{v_i}}{\partial \mathrm{t}} = \dfrac{\partial \sigma_{\mathrm{ij}}}{\partial \mathrm{x_j}} + \mathrm{f_i}, \\ \dfrac{\partial \sigma_{\mathrm{ij}}}{\partial \mathrm{t}} = \lambda\, \delta_{\mathrm{ij}} \dfrac{\partial \mathrm{v_k}}{\partial \mathrm{x_k}} + \mu \left(\dfrac{\partial \mathrm{v_i}}{\partial \mathrm{x_j}} + \dfrac{\partial \mathrm{v_j}}{\partial \mathrm{x_i}} \right) + \mathrm{g_{ij}}. \end{cases}$$

ρ — плотность, $\mathrm{v_i}$ — компоненты скорости, σ_{ij} — компоненты тензора напряжений, $\mathrm{f_i}$ — объёмные силы, λ и μ — параметры Ламе, δ_{ij} — символ Кронекера, $\mathrm{g_{ij}}$ — тензорные источники. По повторяющимся индексам идёт суммирование.

Методы волнового моделирования

- Геометрические, лучевые методы.
- Конечные разности, FDTD (Moczo, Лисица, Чеверда и др.).
- Конечные элементы и разрывный Галеркин (Dumbser, Миряха и др.).
- Спектральные элементы (Komatitsch, Tromp).
- Конечные объёмы, TVD, WENO (Годунов, LeVeque, Toro, Титарев и др.).
- Сеточно-характеристические методы (Холодов, Петров).
- Компактные схемы (Рогов, Yabe и др.), схемы Кабаре (Головизин).

Методы в сейсмологии

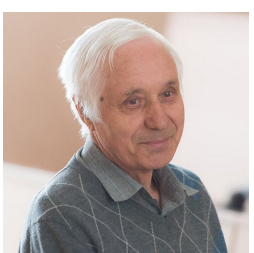
FD	FEM	SEM	DGM	DFD/GFD
1970-е — н. в.	1980-е — н. в.	1990-е — н. в.	2000-е — н. в.	2010-е — н. в.
регулярная сетка, явная «чехарда»	неструктурированная сетка	узлы GLL, диагональная матрица масс	произвольные элементы, локальный порядок	облака точек и B-сплайны
искажения на сложной топографии	недиагональная матрица масс	трудная генерация сетки	больше памяти	плотнее связи оператора

- FD доминирует для сейсмического движения: регулярные сетки и явные схемы (Moczo, 2007).
- SEM стал стандартом для 3D-моделирования региональных и глобальных землетрясений: топография свободной поверхности и затухание (Komatitsch, Tromp, 1999; Tromp, 2008). Глобальное моделирование: затухание, анизотропия, граница ядро–мантия (Komatitsch, Tromp, 2002). Сопряжённые методы (Tromp, 2008).
- Идея работы — применимость СХМ к таким задачам.

История СХМ



И. Б. Петров



А. С. Холодов

- Риман (1860): характеристики и инварианты.
- Прямой метод явно выделял каждый разрыв.
- СХМ переносит условия совместности на регулярную сетку.
- Значение берётся в точке встречи характеристики с нижним слоем.
- Основа схемы — Курант, Изаксон, Рис (1952).
- Первый СХМ: Магомедов, Холодов, ЖВМ, 1969, газодинамика.
- Холодов: схемы, ближайшие к монотонным (1978).
- Петров: динамика деформируемого твёрдого тела (1984).
- Голубев, Петров, Хохлов (2013). Численное моделирование сейсмической активности сеточно-характеристическим методом. ЖВМиМФ, 53(10).
- Линию продолжили Голубев, Хохлов, Фаворская и Васюков.

Идея СХМ

Многомерная система

$$\frac{\partial \mathrm{q}}{\partial \mathrm{t}} + \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{d}} \mathrm{A_j} \frac{\partial \mathrm{q}}{\partial \mathrm{x_j}} = \mathrm{F}.$$

1. Расщепление: ξ — ось $\mathrm{x_j}$ или сеточная линия

$$\partial_{\mathrm{t}} \mathrm{q} + \mathrm{A}_\xi \partial_\xi \mathrm{q} = 0, \quad \mathrm{A}_\xi = \Omega^{-1} \Lambda \Omega.$$

2. Переход к инвариантам

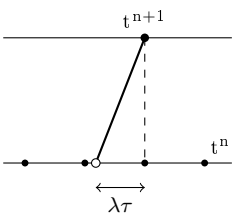
$$\mathrm{p} = \Omega \mathrm{q}.$$

3. Перенос по характеристике

$$\partial_{\mathrm{t}} \mathrm{p} + \Lambda \partial_\xi \mathrm{p} = 0.$$

4. Обратный переход

$$\mathrm{q} = \Omega^{-1} \mathrm{p}.$$



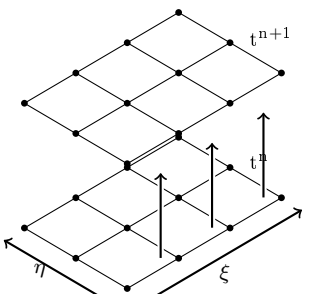
Точка встречи характеристики с нижним слоем.

Реализация СХМ

- Значения хранятся в узлах сетки.
- Характеристическое свойство

$$u(t + \tau, x) = u(t, x - \lambda\tau).$$

- Хранить нужно только один шаг по времени.
- Явная схема бегущего счёта. Направление разностей определяется знаком собственного значения.
- Одно ядро для декартовых, цилиндрических и криволинейных сеток.



Два прохода по линиям сетки и переход на новый слой.

Бегущее окно

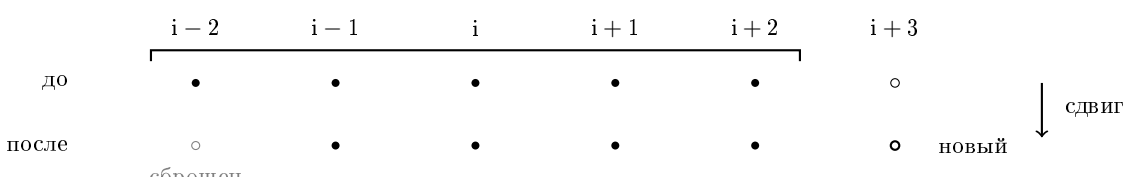
Разреженный переход, ось x:

$$w_{1,2} = v_x \mp \frac{\sigma_{xx}}{\rho c_1}, \quad w_{3,4} = v_y \mp \frac{\sigma_{xy}}{\rho c_2}.$$

Обратно поправка собирается так же:

$$\Delta v_x = \frac{d_1 + d_2}{2}, \quad \Delta\sigma_{xx} = \frac{d_2 - d_1}{2}\,\rho c_1.$$

- В окне пять отсчётов. $+c$ читает их слева направо, $-c$ — справа налево.
- Сдвиг копирует четыре значения. Заново считается только Ω в узле $i+3$.



Программный комплекс

- Модели: линейно-акустические, линейно-упругие, вязко-упругие, вязко-пластические, флюидонасыщенные и пористые среды.
- Методы: сеточно-характеристические схемы 1–4 порядка, бикомпактные схемы 2–5 порядка, TVD, WENO и FDTD. Схем, ближайших к монотонным, 1–4 порядка более 30.
- Сетки: структурные прямолинейные и криволинейные, блочные, наложенные, иерархические. Расчётные сетки — более 1 млрд узлов.
- Распараллеливание: OpenMP, MPI, CUDA. Тест до 16 тыс. ядер процессора, декомпозиция многоблочных сеток.
- Расчёты до 1–2 млрд узлов на одном узле занимают примерно сутки.

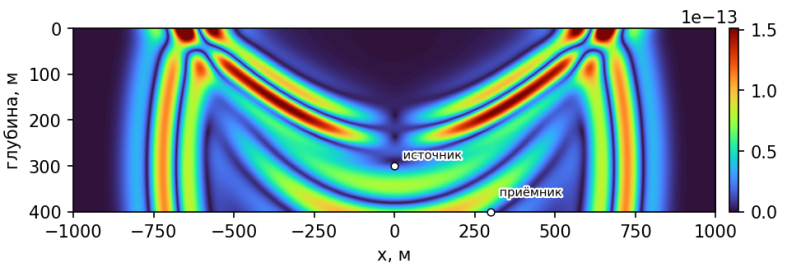


Верификация. Задача Гарвина

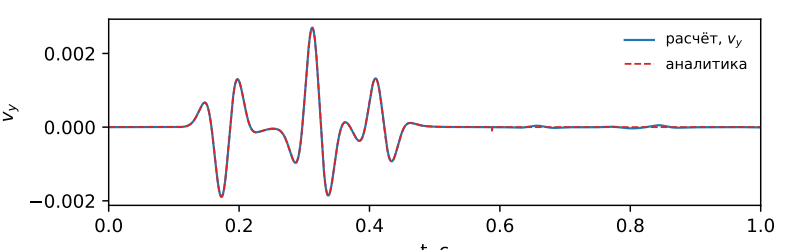
Заглублённый источник сжатия, свободная граница. Аналитика — метод Каняра–де Хоопа.



$c_p = 3200$, $c_s = 1847{,}5$ м/с,
$\rho = 2200$ кг/м^3.
Сетка 1000×1000, h $= 2$ м.
$\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$ с, 2000 шагов.
Схема Русанова 3-го порядка,
чередование направлений.

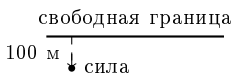


|v|, t = 0,3 с.

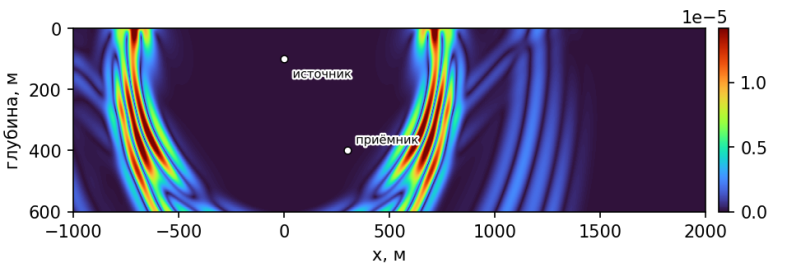


Верификация. Задача Лэмба

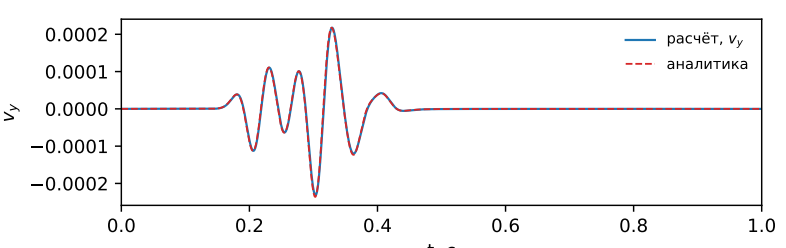
Вертикальная сила под свободной границей. Аналитика — метод Каняра–де Хоопа.



$c_p = 3200$, $c_s = 1847{,}5$ м/с,
$\rho = 2200$ кг/м^3.
Сетка 1000×1000, $h = 4$ м.
$\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$ с, 2000 шагов.
Схема Русанова 3-го порядка.

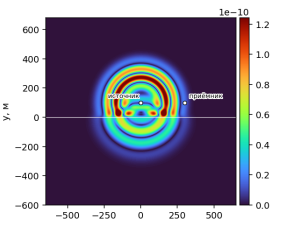


$|v|$, $t = 0{,}5$ с.

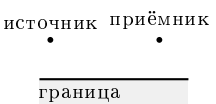


Верификация. Два полупространства

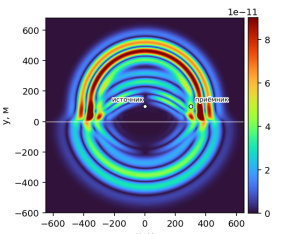
Источник сжатия над границей двух упругих сред. Аналитика — метод Каняра–де Хоопа.



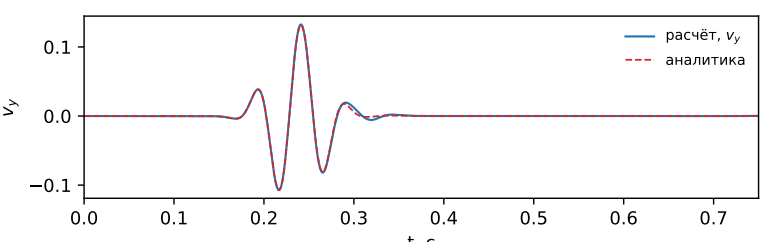
|v|, t = 0,15 с.



Выше: $c_p = 2500$, $c_s = 1558$, $\rho = 1500$. Ниже: $c_p = 3400$, $c_s = 1963{,}0484$, $\rho = 2600$. Сетки 1000×1000 и 1000×501, $h = 2$ м. $\Delta t = 3{,}75 \cdot 10^{-4}$ с, 2000 шагов. Схема Фромма.



|v|. t = 0.225 с.

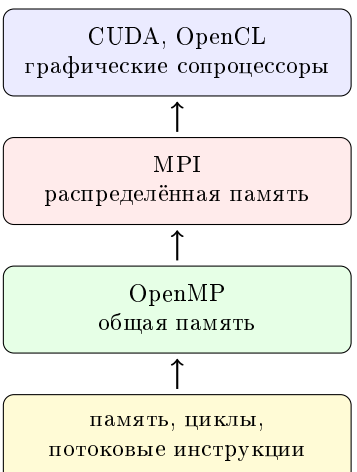


Распараллеливание. Сводка

Используемые технологии:

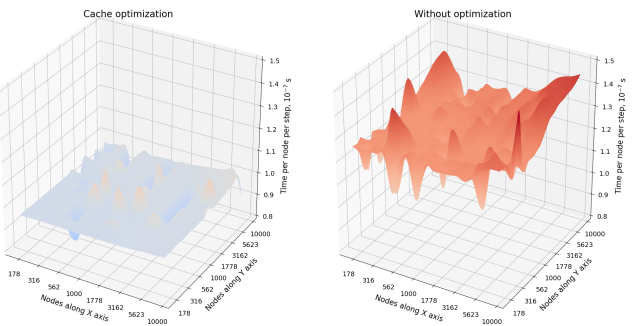
- низкоуровневая оптимизация, потоковые инструкции;
- оптимизация работы с памятью и циклами;
- общая память — OpenMP;
- распределённая память — MPI;
- графические сопроцессоры — CUDA и OpenCL.

Разработаны алгоритмы декомпозиции многоблочных сеток.
Тестирование — до 16 тыс. ядер центрального процессора.



Распараллеливание. Однопоточная оптимизация

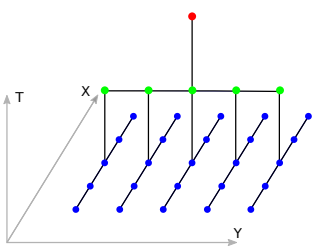
- Инструкции SSE/AVX, оптимизация работы с памятью.
- Обход циклов: loop tiling; diamond и hexagonal tiling; hierarchical tiling.
- Наилучший результат даёт обычный блочный подход.
- Сложная форма тайла усложняет связь многоблочных сеток.
- До 22% от пиковой; в реальных расчётах 10–15%.

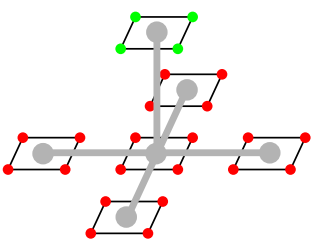


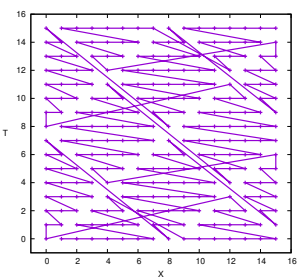
Время на узел за шаг: с оптимизацией кэша и без.

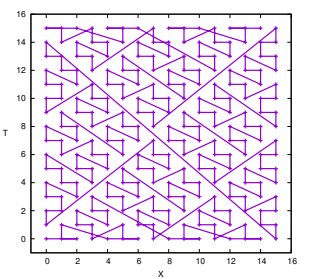
Распараллеливание. Тайлинг

Пример одномерной задачи с тайлингом. Diamond и hierarchical тайлинг.









Распараллеливание. OpenMP

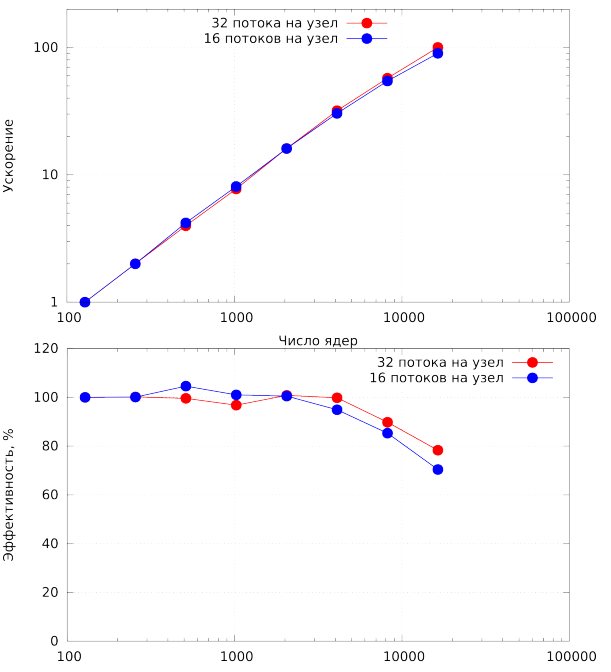
- Два подхода к распараллеливанию: `for` и `task`.
- Ускорение до 37 раз на 64 ядрах.
- `task` в ряде случаев лучше при разномасштабных расчётных сетках.
- SYCL на достаточно больших сетках даёт на 10–30% лучший результат, чем OpenMP, на маленьких проигрывает (вероятно, накладные расходы загрузки ядра).



1001 расчётная сетка.

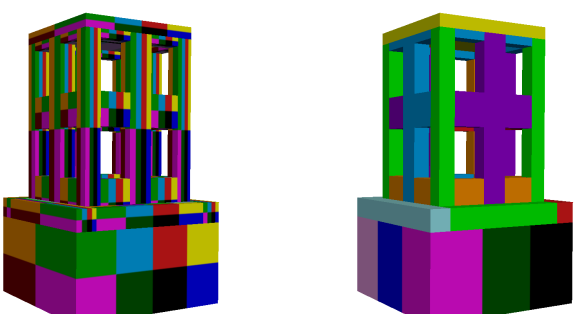
Распараллеливание. MPI, сильная масштабируемость

- сетка $1000 \times 1000 \times 1000$;
- число ядер от 128 до 16 384;
- 16-ядерные процессоры AMD Opteron 2,3 ГГц;
- ускорение до 100 раз, эффективность до 80%.



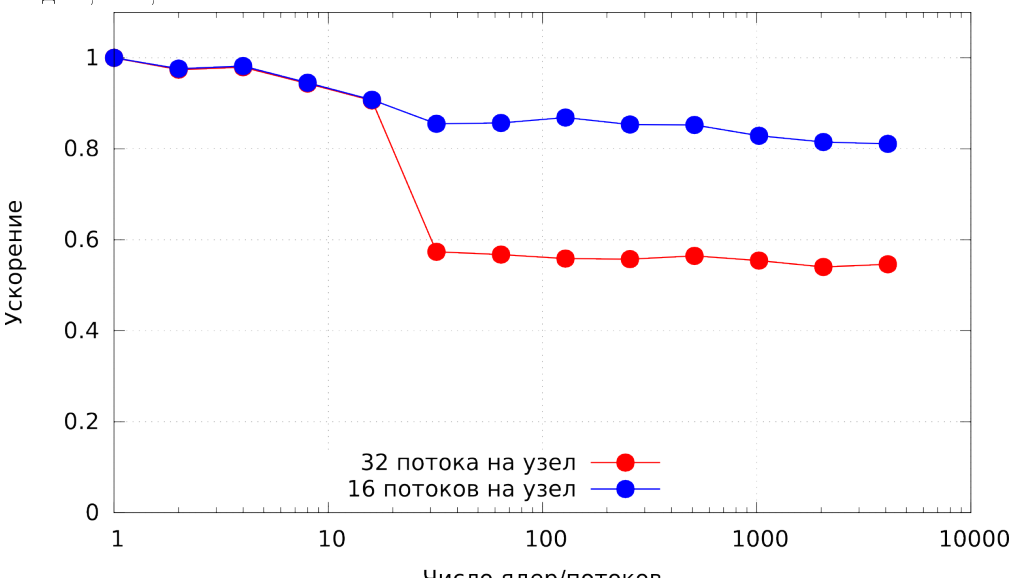
Распараллеливание. Декомпозиция многоблочных сеток

- предложен алгоритм декомпозиции многоблочных сеток;
- уменьшен объём пересылок;
- сильно зависит от задачи;
- декомпозиция разномасштабных сеток для трещиноватых сред: 1000–10 000 сеток.



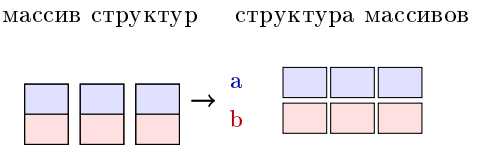
Распараллеливание. MPI, слабая масштабируемость

- размер сетки на ядро — 16 млн узлов;
- число ядер до 4096;
- максимальный размер сетки — 62 млрд узлов;
- ускорение до 0,8 и 0,55.



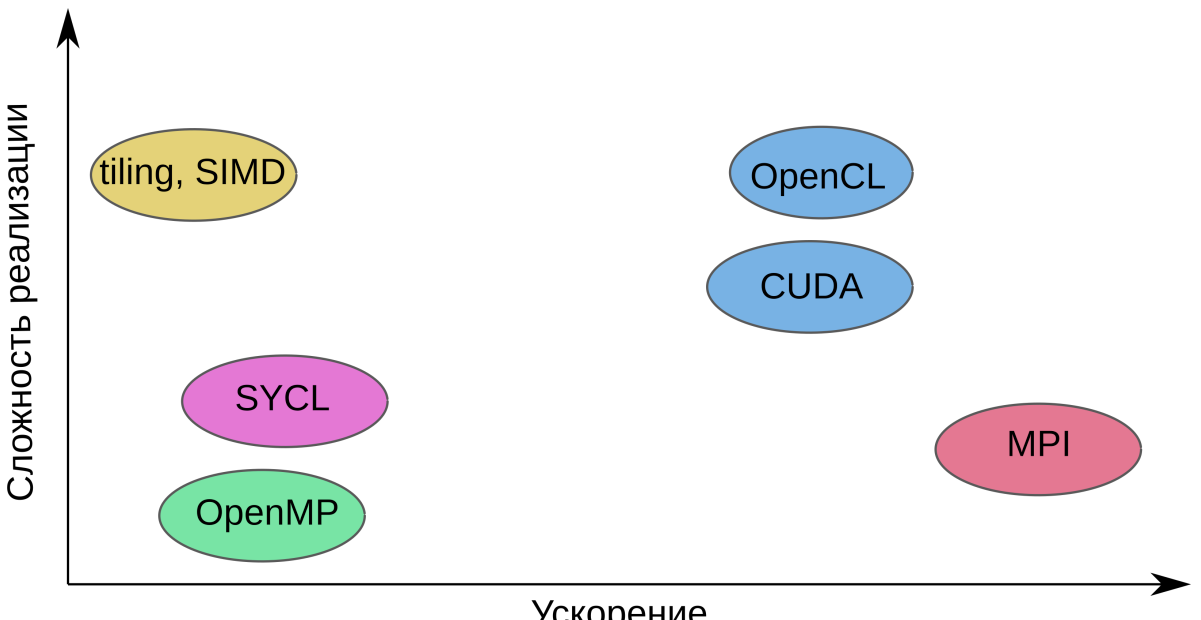
Распараллеливание. GPU

- Переход от массива структур к структуре массивов: последовательные узлы вдоль оси X лежат рядом.
- Промежуточные величины блока лежат в общей памяти GPU, не в глобальной; ветвлений внутри блока нет.
- Пересылка между GPU идёт без центрального процессора. Размер блока по оси X кратен warp.
- До 30% пиковой производительности: до 450 Гфлопс в одинарной точности и 140 Гфлопс в двойной.
- Ускорение до 55 раз на одном графическом процессоре.
- На 8 графических процессорах ускорение достигает 7 раз.



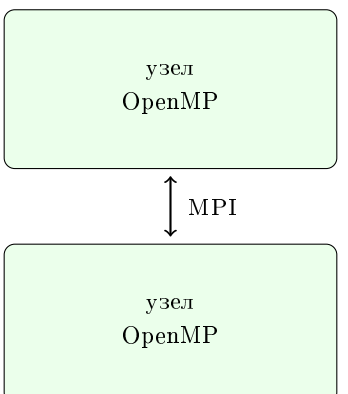
Хранение узла: переход к структуре массивов.

Распараллеливание. Сравнение технологий



Распараллеливание. Выводы

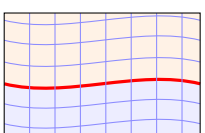
- В реальных расчётах используется OpenMP + MPI.
- Для других технологий код поддерживать сложнее.
- Многоблочные сетки вместе с MPI пока не дают желаемого результата.
- Чем лучше оптимизирован алгоритм, тем сложнее его параллелить.
- Время расчёта одного узла плавает из-за данных.
- Расчёты до 1–2 млрд узлов на одном узле занимают примерно сутки.



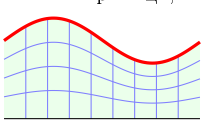
Криволинейные и наложенные сетки

Регулярная декартова сетка плохо описывает сферические и цилиндрические границы: измельчение у кривой границы увеличивает число узлов.

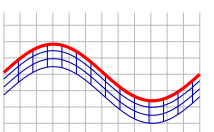
- Конечные разности: разнесённая сетка (Virieux, 1986), повышенный порядок аппроксимации (Levander, 1988); свободная граница при рельефе (Robertsson, 1996).
- Конечные элементы (Lysmer, Drake, 1972): произвольная геометрия, но разреженная система большой размерности.
- Спектральные элементы (Komatitsch, Tromp, 1999): нужна конформная гексаэдральная сетка.
- Для рельефа также: скошенные ячейки, погружённая граница, наложенные сетки.



Граница раздела совпадает с сеточной линией.



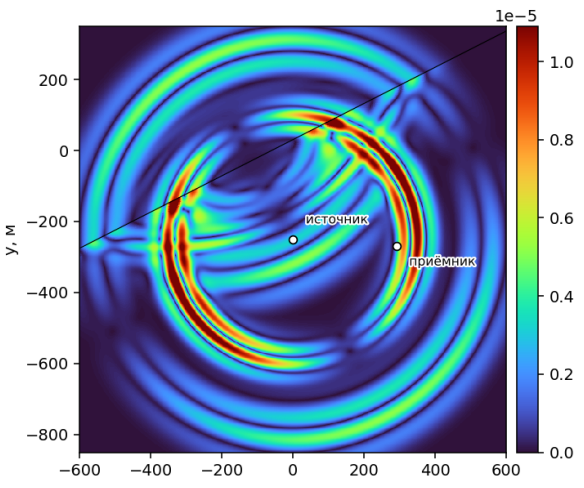
Рельеф — внешний контур сетки. Свободная граница ставится и на наклонных участках.



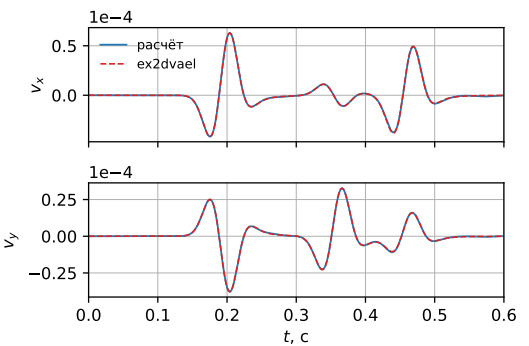
Наложенная сетка выделяет рельеф.

Верификация. Гарвин, наложенная сетка

Источник сжатия под свободной поверхностью. Поверхность выделена наложенной сеткой под углом 27°. Основная сетка 601×601, наложенная 1001×11, $h = 2$ м. $c_p = 2500$, $c_s = 1558$, $\rho = 1500$. Источник $(0, -250)$ м. $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$ с, 1200 шагов. Схема Русанова 3-го порядка, на наложенной — криволинейная.



$|v|$, $t = 0{,}3$ с. Чёрная линия — свободная поверхность.

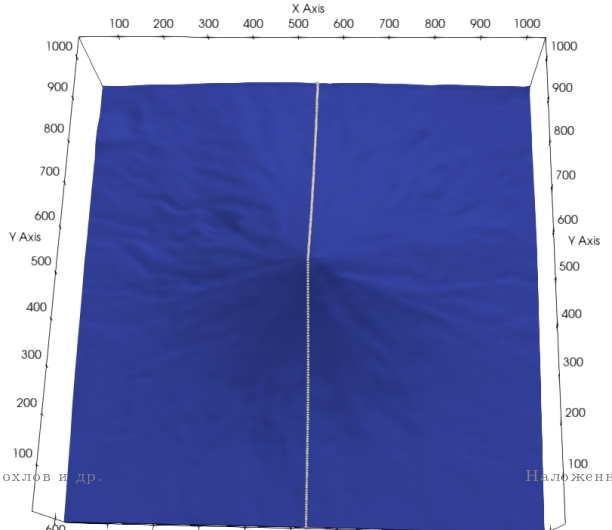


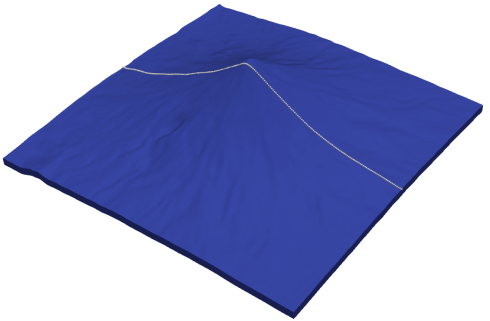
v_x, v_y с основной сетки повёрнуты на $-27°$, умножены на -1 и на $1{,}474 \cdot 10^{10}$. Относительная L_1 к ex2dvael, 300 отсчётов: v_x — 0,0212, v_y — 0,0158.

Пример. Стратовулкан Майон

- Рельеф стратовулкана Майон.
- Участок цифровой модели рельефа и выделенная расчётная область.
- Трёхмерная постановка: криволинейная сетка по рельефу, линия приёмников.

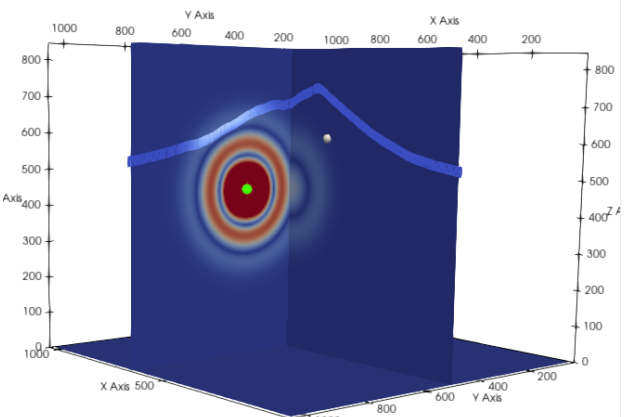


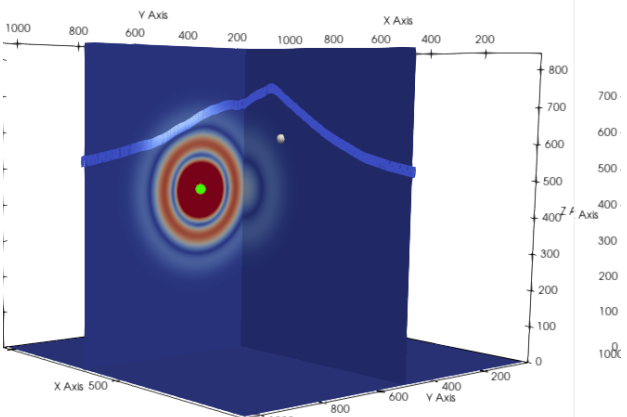




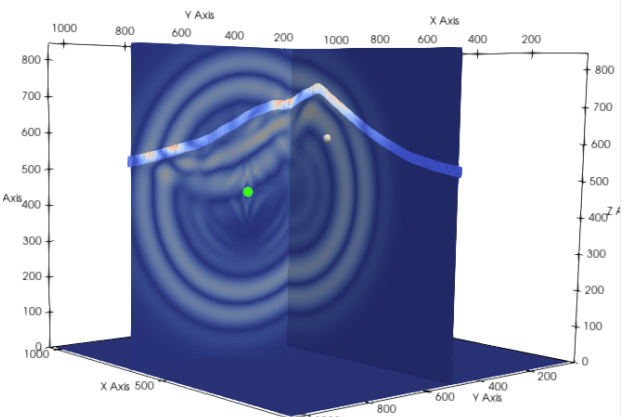
Пример. Стратовулкан Майон, волновое поле (1)

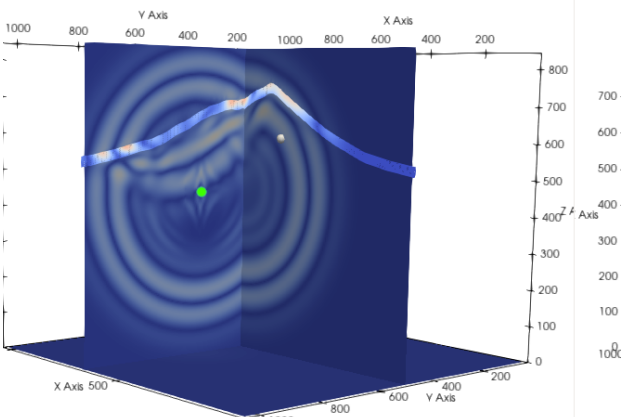
Два ортогональных сечения волнового поля; на левом — выделение границы на сетке.



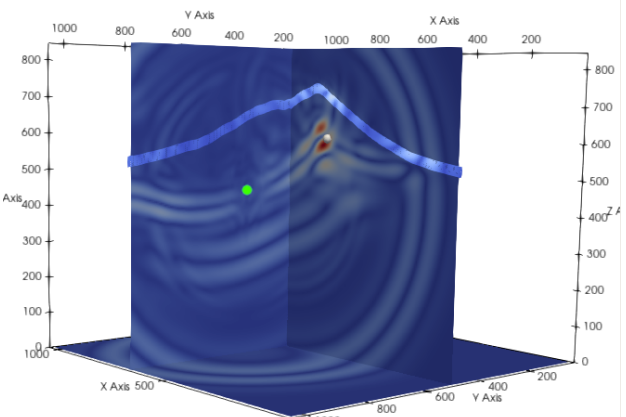


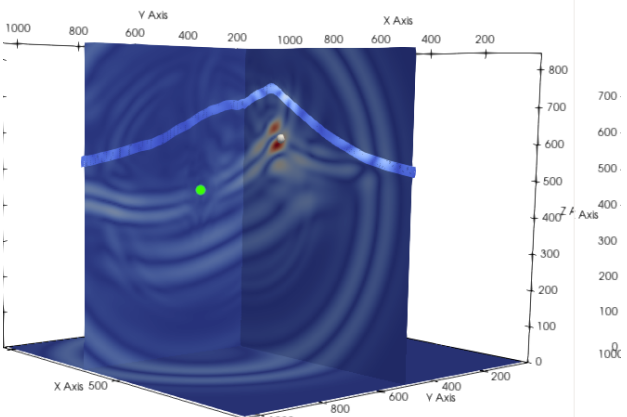
Пример. Стратовулкан Майон, волновое поле (2)





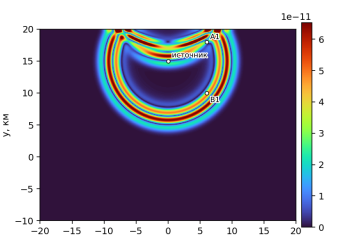
Пример. Стратовулкан Майон, волновое поле (3)





Сравнение со SPECFEM. Постановка (Гарвин)

- Цель. Обогнать SPECFEM2D: меньшая ошибка за то же время счёта.
- Задача Гарвина, 40×30 км, $c_p = 3000$, $c_s = 2000$, $\rho = 1500$. Верх свободен, остальные границы поглощают.
- Источник $(0, 15)$ км, A1 $(6, 18)$ км, B1 $(6, 10)$ км. Запись 11 с, $f_0 = 0{,}96$ Гц, задержка 2 с.
- SPECFEM2D: $(t-2)\exp\left(-(\pi f_0(t-2))^2\right)$. RECT и кадр $|v|$: $(1-2x^2)e^{-x^2}$, $x = \pi f_0(t-2)$. Одна аналитика EX2DVAEL.
- RECT: AB, ABBA, кэш Русанова 3-го порядка, кэш симметричной схемы 4-го порядка. SPECFEM2D: Newmark и RK4.
- Идея. В тесте есть и $L_2(h)$, и L_2 от времени солвера. Здесь ось — время счёта.
- Зависимость ошибки от времени счёта. На этом кадре постановка.

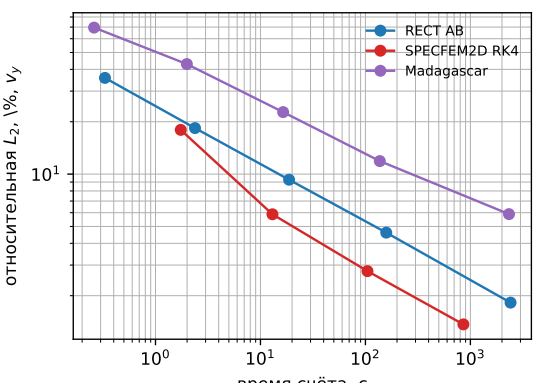


$|v|$, $t = 5$ с, $h = 100$ м.

Сравнение со SPECFEM. Гарвин, этап 1

Первый этап: RECT AB, SPECFEM2D RK4 и Madagascar. Только v_y. Относительная L_2 в A1, 2–8 с. Первый шаг — наименьший h, последний — наибольший.

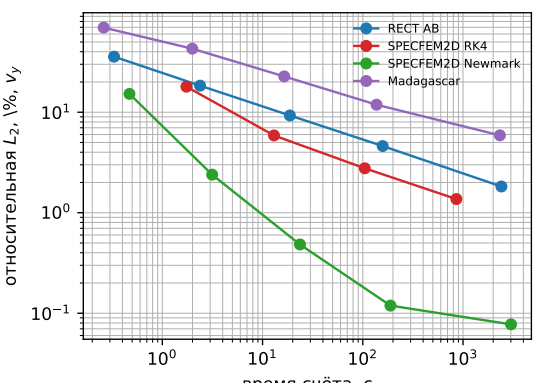
- AB и RK4. Первый, h = 10 и 125 м: AB дольше в 2,8 раза. Последний, h = 200 и 1000 м: RK4 дольше в 5,3 раза.
- Madagascar и RK4. Первый, h = 10 и 125 м: Madagascar дольше в 2,7 раза. Последний, h = 200 и 1000 м: RK4 дольше в 6,7 раза.



Сравнение со SPECFEM. Гарвин, этап 2

Второй этап: добавлен SPECFEM2D Newmark. Только v_y. Относительная L_2 в A1, 2–8 с. Первый шаг — наименьший h, последний — наибольший.

- Первый: Newmark, h = 50 м, дольше RK4, h = 125 м, в 3,5 раза.
- Последний: оба h = 1000 м, RK4 дольше в 3,7 раза.



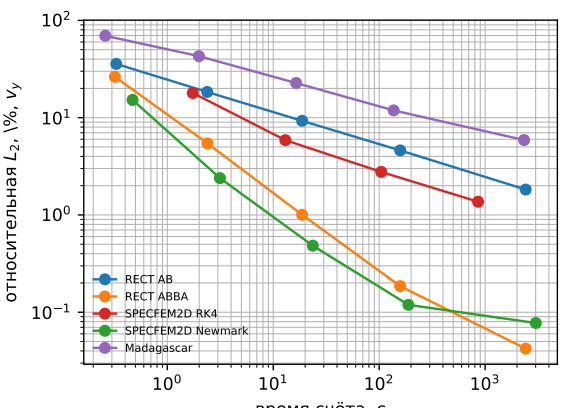
Сравнение со SPECFEM. Гарвин, ABBA

Третий этап: добавлен RECT ABBA. Только v_y. X_τ, Y_τ — шаг по оси, сначала действует правый.

$$\text{AB:}\quad u^{n+1} = Y_\tau X_\tau u^n, \qquad \text{ABBA:}\quad u^{n+2} = X_\tau Y_\tau Y_\tau X_\tau u^n.$$

На одной сетке время почти то же, ошибка меньше.

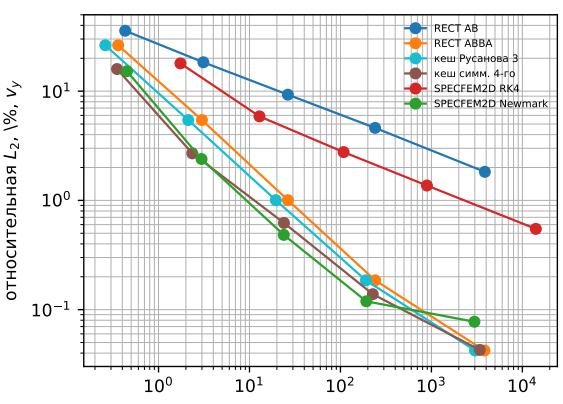
- AB и ABBA, один h. Первый, $h = 10$ м: AB дольше в 1,00 раза. Последний, $h = 200$ м: AB дольше в 1,03 раза.
- ABBA и Newmark. Первый, $h = 10$ и 50 м: Newmark дольше в 1,2 раза. Последний, $h = 200$ и 1000 м: Newmark дольше в 1,5 раза.



Сравнение со SPECFEM. Гарвин, кеш

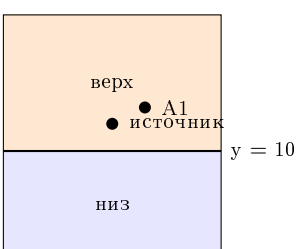
Четвёртый этап: кеш Русанова 3-го порядка и кеш симметричной схемы 4-го порядка. Только v_y. Веса шаблона однородной среды зависят от числа Куранта и пересчитываются только при смене h, τ или материала. Часы этой серии не те, что на прошлых кадрах.

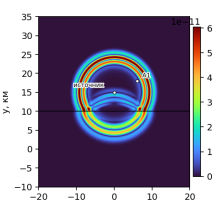
- Кеш Русанова и ABBA, одна ошибка. Первый, h = 10 м: ABBA дольше в 1,3 раза. Последний, h = 200 м: ABBA дольше в 1,4 раза.
- Симметричная 4-го и Newmark. Первый, h = 10 и 50 м: схема дольше в 1,1 раза. Последний, h = 200 и 1000 м: Newmark дольше в 1,3 раза.



Сравнение со SPECFEM. Постановка (два полупространства)

- Цель. Обогнать SPECFEM2D: меньшая ошибка v_y за то же время счёта.
- Область 40×45 км. Граница $y = 10$ км. Верх 3000/2000/1500, низ 4000/2500/2000. Снаружи поглощение.
- Источник $(0, 15)$ км, A1 $(6, 18)$ км. Запись 11 с, $f_0 = 0{,}96$ Гц, задержка 2 с.
- Сцепление: $[v_x] = [v_y] = [\sigma_{xy}] = [\sigma_{yy}] = 0$.
- SPECFEM2D: $(t-2)\exp\left(-(\pi f_0(t-2))^2\right)$. RECT и кадр $|v|$: $(1-2x^2)e^{-x^2}$, $x = \pi f_0(t-2)$. Аналитика bicouche.
- RECT: AB и ABBA. SPECFEM2D: RK4. Ещё Madagascar. На этом кадре постановка.



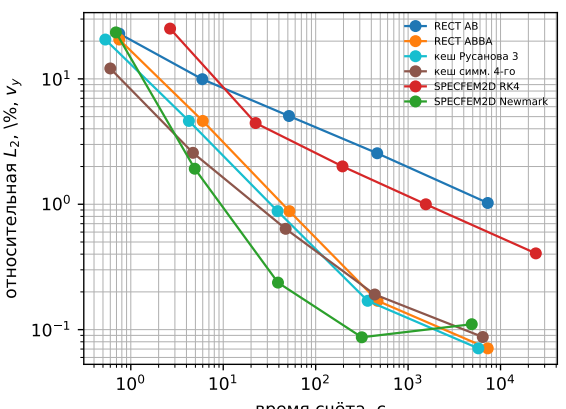


$|v|$, $t = 5$ с, $h = 100$ м. Чёрная линия — граница сред.

Сравнение со SPECFEM. Два полупространства

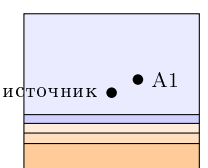
Два полупространства. Только v_y. Веса шаблона зависят от числа Куранта и пересчитываются при смене h, τ или материала.

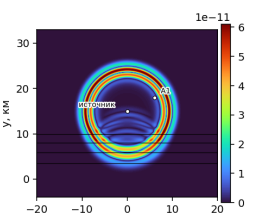
- Кеш Русанова и ABBA, одна ошибка. Первый, $h = 10$ м: ABBA дольше в 1,3 раза. Последний, $h = 200$ м: ABBA дольше в 1,4 раза.
- Симметричная 4-го и Newmark. Первый, $h = 10$ и 50 м: схема дольше в 1,3 раза. Последний, $h = 200$ и 1000 м: Newmark дольше в 1,2 раза.



Сравнение со SPECFEM. Постановка (пять слоёв)

- Цель. Обогнать SPECFEM2D: меньшая ошибка v_y за то же время счёта.
- Область 40×37 км, y от -4 до 33 км. Границы $y = 10;\ 8;\ 5{,}8;\ 3{,}4$ км. Снаружи поглощение.
- Сверху вниз $c_p/c_s/\rho$: 3000/2000/1500, 3300/2200/1650, 3630/2420/1820, 4000/2670/2010, 4400/2940/2220.
- Источник $(0, 15)$ км, A1 $(6, 18)$ км. Запись 11 с, $f_0 = 0{,}96$ Гц, задержка 2 с.
- На границах слоёв склейка: $[v_x] = [v_y] = [\sigma_{xy}] = [\sigma_{yy}] = 0$.
- SPECFEM2D: $(t-2)\exp\left(-(\pi f_0(t-2))^2\right)$. RECT и кадр $|v|$: $(1-2x^2)e^{-x^2}$. Аналитика GRTM-E2D.
- RECT: AB и ABBA. SPECFEM2D: RK4. Ещё Madagascar. На этом кадре постановка.



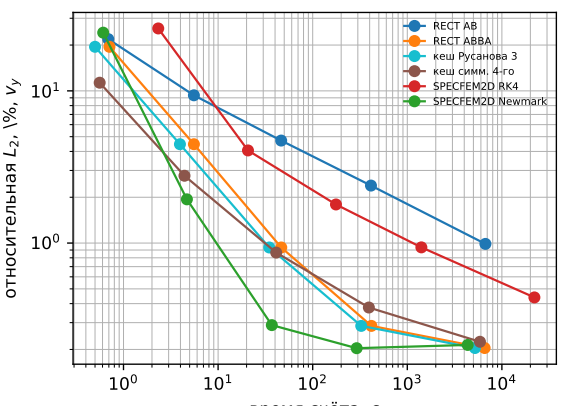


$|v|$, $t = 5$ с, $h = 100$ м. Чёрные линии — границы слоёв.

Сравнение со SPECFEM. Пять слоёв

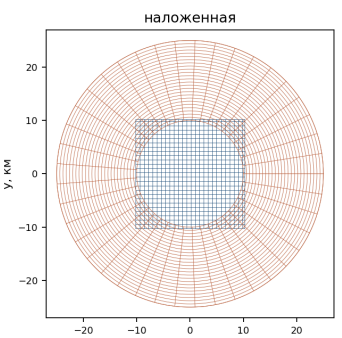
Пять слоёв. Только v_y. Веса шаблона зависят от числа Куранта и пересчитываются при смене h, τ или материала.

- Кеш Русанова и ABBA, одна ошибка. Первый, h = 10 м: ABBA дольше в 1,3 раза. Последний, h = 200 м: ABBA дольше в 1,4 раза.
- Симметричная 4-го и Newmark. Первый, h = 10 и 50 м: схема дольше в 1,3 раза. Последний, h = 200 и 1000 м: Newmark дольше в 1,1 раза.

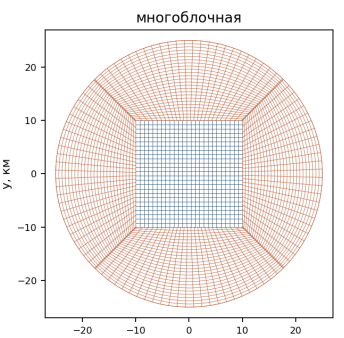


Верификация в круге. Сетки и постановка

- Однородный круг $R = 25$ км. В центре декартов квадрат, $c_p/c_s/\rho = 3000/2000/1500$.
- Внешняя окружность — свободная поверхность. По углу у кольца условие периодическое.
- Источник сжатия в центре, импульс Рикера. Запись 20 с, $f_0 = 0{,}96$ Гц, задержка 2 с.
- Схема Русанова 3-го порядка. На рисунках линии разрежены, шаг сетки $h = 100$ м.



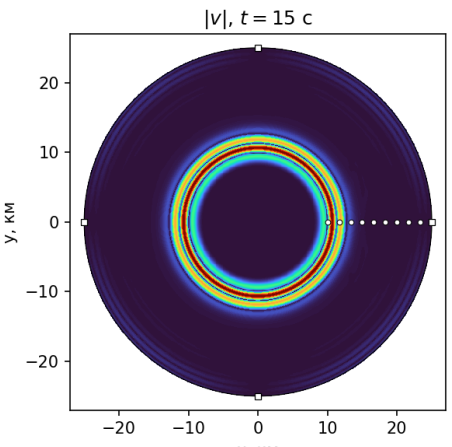
Синий квадрат и красное кольцо перекрываются.

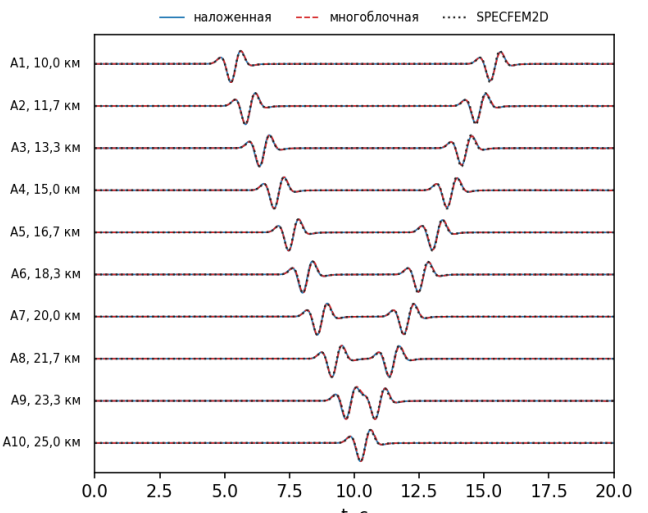


Четыре блока стыкуются с квадратом по его стороне.

Верификация в круге. Сейсмограммы

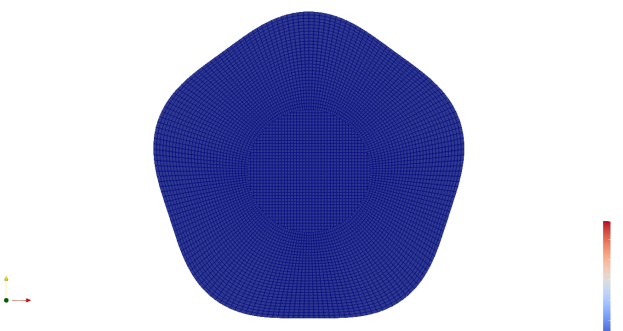
Кадр наложенной сетки, h = 100 м, t = 15 с. Кружки — приёмники A, квадраты — B.
Сейсмотрассы A1–A10, компонента v_x. RECT, h = 100 м, скорость. SPECFEM2D Newmark, h = 500 м, смещение. У каждой линии свой максимум.

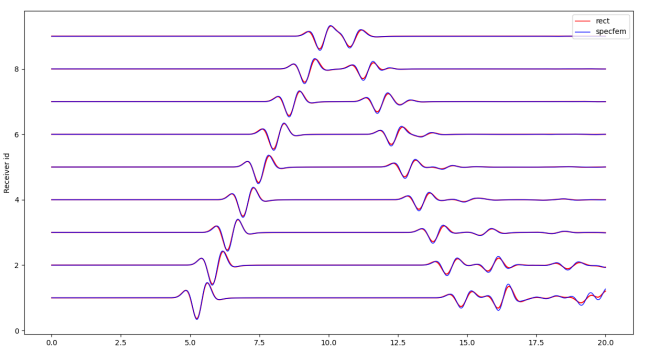




Верификация. Круг, синусоидальная граница

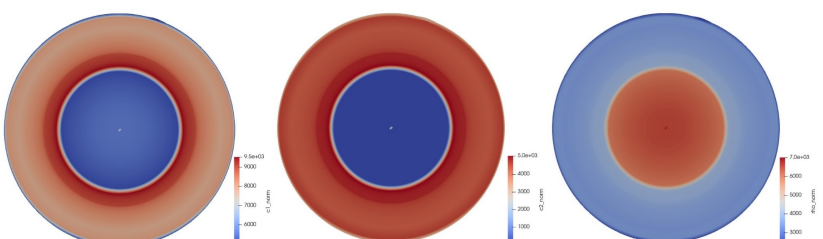
Модель со сложным рельефом. Свободная граница задана синусом.
Слева сетка, справа сейсмотрассы приёмников: rect и specfem.



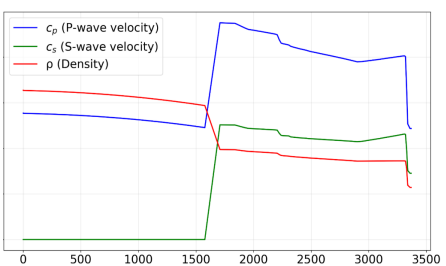


Модель Марса. Постановка

- Двумерная модель. Строение — Durán и др., 2022. Рельеф — MEGDR, Neumann, Zuber, Smith, 2003.
- Источник — удар метеорита в 30 км от поверхности, импульс Рикера, 0,96 Гц.
- Два расчёта: реальный рельеф MEGDR и гладкая сферическая граница.
- Неровности действуют как вторичные источники. У Марса рельеф выражен сильнее, чем у Земли.



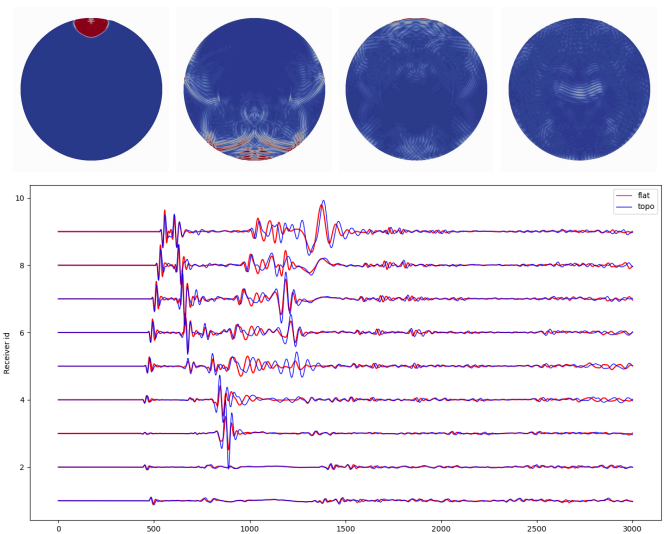
Двумерное сечение: c_p, c_s, ρ.



Те же профили по радиусу.

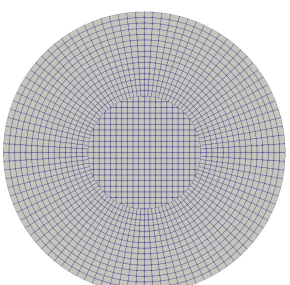
Модель Марса. Сейсмограммы

Кадры одного расчёта, времена в источнике не подписаны. На трассах синий — рельеф MEGDR, красный — гладкая граница.

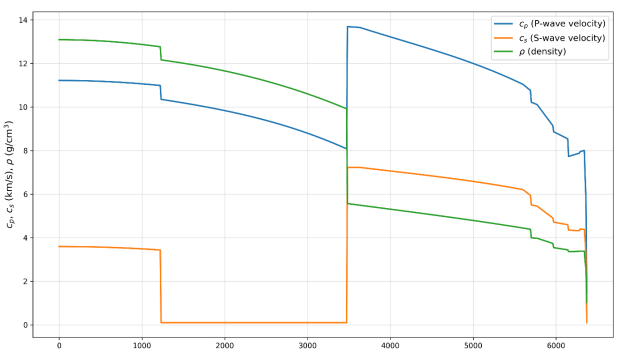


Сравнение с AxiSEM. Постановка (Земля)

- Сечение Земли. В центре декартова сетка, снаружи криволинейное кольцо. Свободная поверхность.
- c_p, c_s, ρ — PREM, Dziewonski и Anderson, 1981. В слое параметры линейны, скачки сохранены.
- Нулевую c_s в ядре заменяем на 100 м/с ради устойчивости. Поперечная волна в жидком ядре не имеется в виду.
- Источник на глубине 600 км, импульс Рикера, 0,2 Гц. Приёмники на поверхности от 5° до 180°.
- Сверка с AxiSEM, Nissen-Meyer и др., 2014, и с теоретическими годографами.



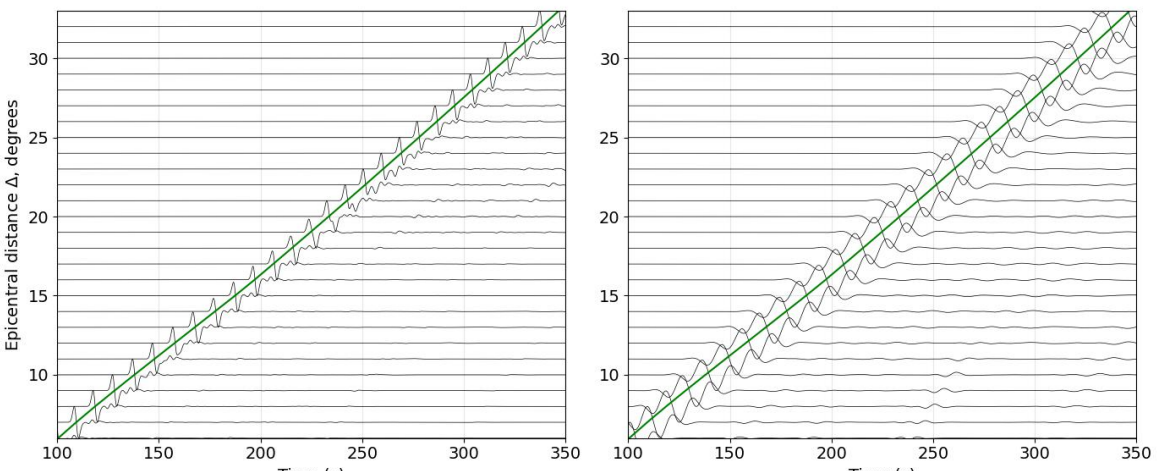
Стыковка по окружности, без перекрытия.



Профили PREM по радиусу.

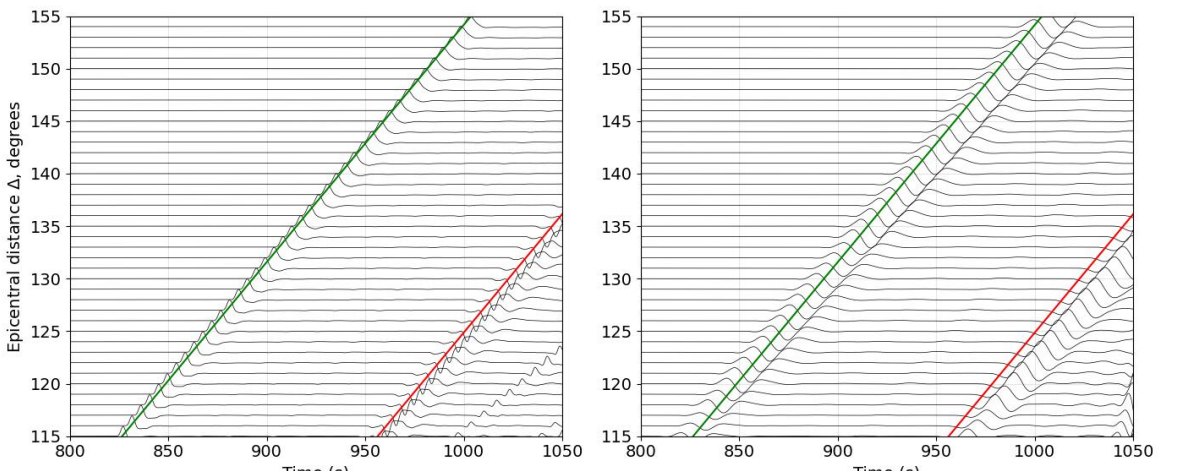
Сравнение с AxiSEM. Фаза P

Вертикальная компонента, источник на глубине 600 км. Слева AxiSEM, справа RECT. Зелёная линия — теоретическая P, TauP в ObsPy, PREM. Здесь согласие методов лучшее; местами форма импульса различается.



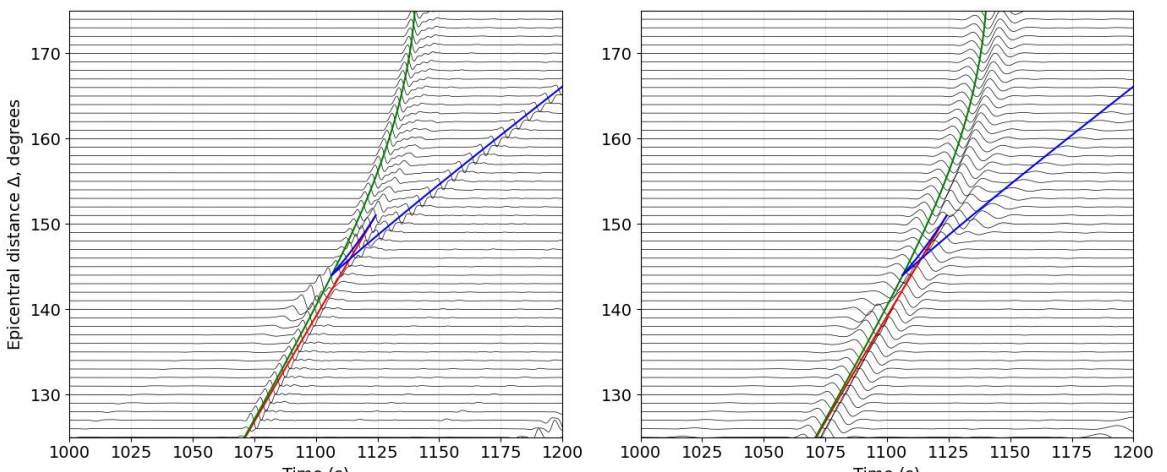
Сравнение с AxiSEM. Pdiff

Вертикальная компонента, источник на глубине 600 км. Слева AxiSEM, справа RECT.
Зелёная линия — Pdiff, дифракция вдоль границы ядра и мантии. Красная — pPdiff: сначала вверх и отражение от поверхности.



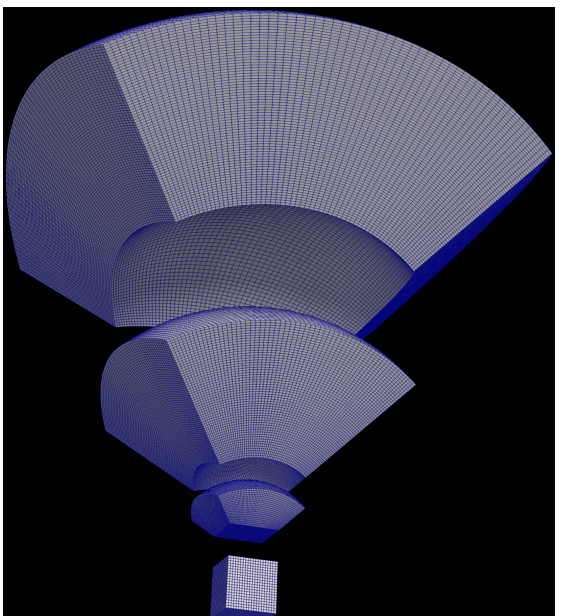
Сравнение с AxiSEM. Ядро

Вертикальная компонента, источник на глубине 600 км. Слева AxiSEM, справа RECT.
Зелёная — PKIKP, через внутреннее ядро. Красная — PKiKP, отражение от границы внутреннего ядра. Синие — PKPbc и PKPab, через внешнее ядро.



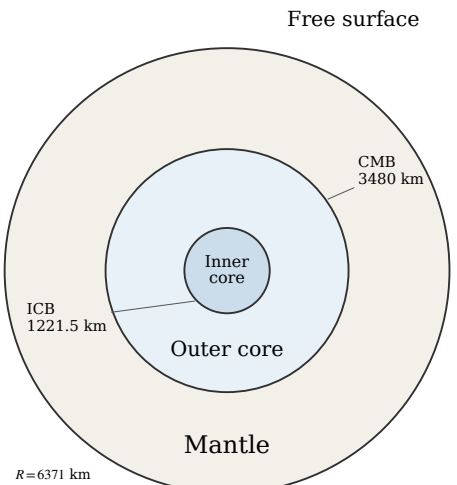
3D. Сетка

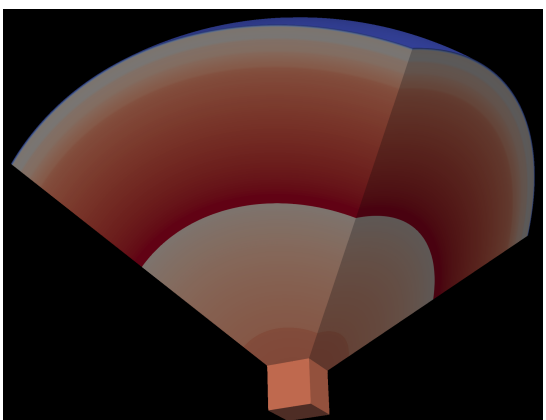
Блоки раздвинуты, чтобы были видны оболочки. В центре декартов куб, дальше сферические слои.



3D. Модель PREM

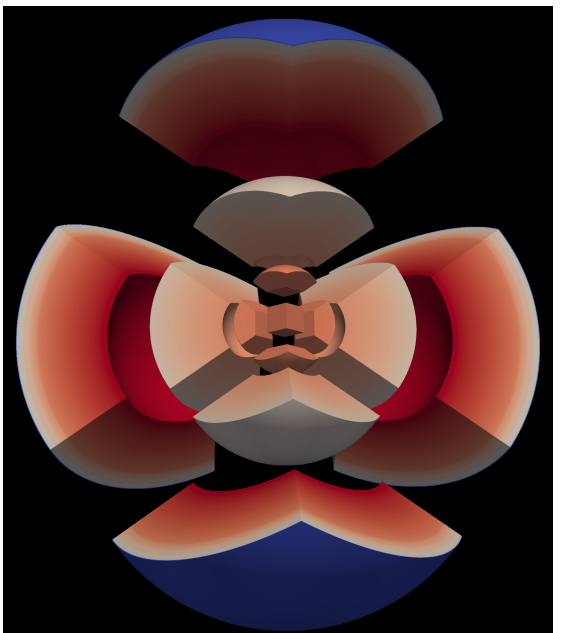
Свободная поверхность, R = 6371 км. Граница ядра и мантии 3480 км, граница внутреннего ядра 1221,5 км.





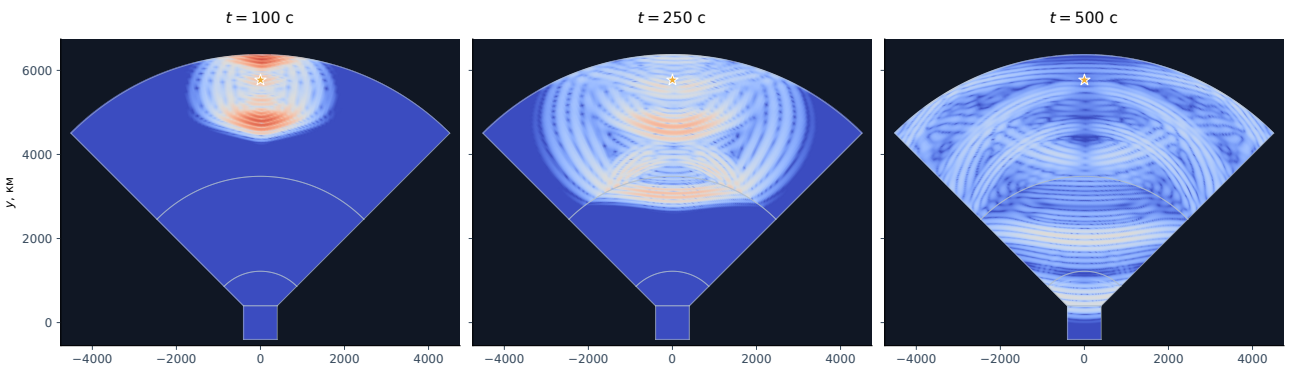
3D. Блоки сетки

Блоки раздвинуты. В центре куб, вокруг него оболочки.



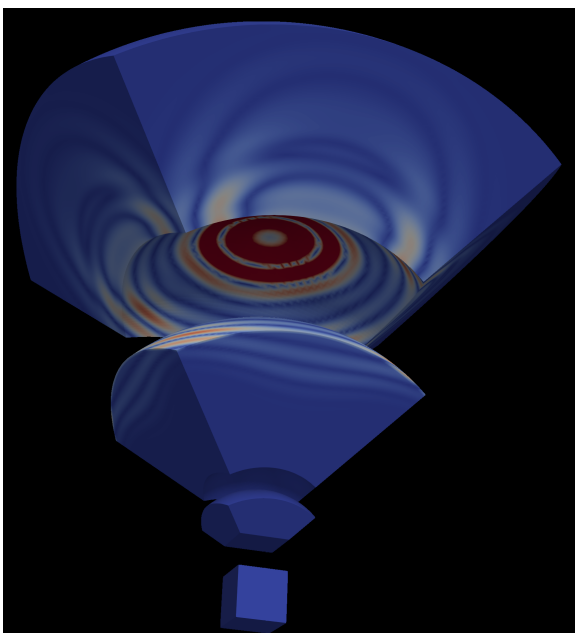
3D. Волновое поле, кадры

Срезы одного расчёта, t = 100, 250 и 500 с.



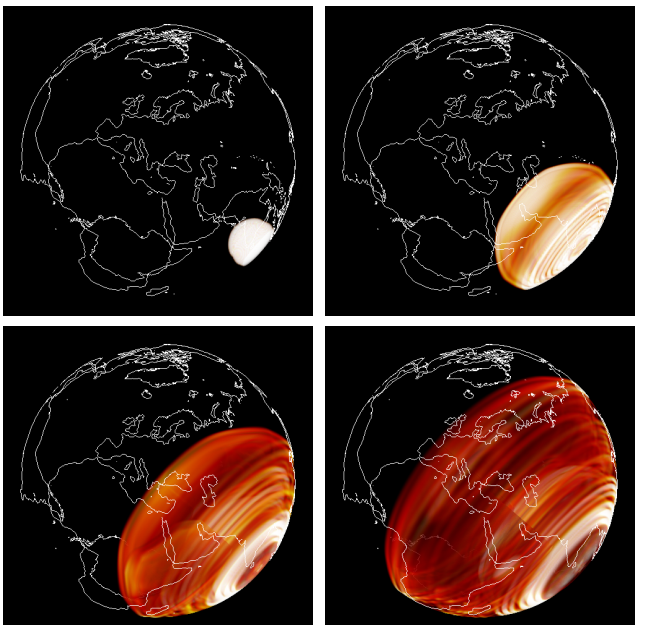
3D. Волновое поле (раздвинутые блоки)

Те же оболочки, что на сетке. Время кадра и компонента на рисунке не подписаны.



3D. Снимки волнового поля

Четыре кадра одного расчёта, времена не подписаны. Модель PREM, Dziewonski и Anderson, 1981. Счёт на 1000 ядрах.



Выводы

- верификация на точном решении, SPECFEM2D и AxiSEM: вступления и фазы совпадают;
- наложенные и многоблочные сетки для круга, рельефа, моделей Марса и Земли;
- скорость уже высокая: ABBA точнее AB при почти том же времени, кеш ускоряет схему Русанова;
- по ошибке за время счёта SPECFEM пока впереди.

Дальнейшая работа

- то же время при той же ошибке, что у SPECFEM;
- трёхмерный счёт с рельефом;
- компактные схемы.

Спасибо за внимание

Вопросы?